ÉCOLE SPÉCIALE DES TRAVAUX PUBLICS, DU BATIMENT ET DE L'INDUSTRIE

CONCOURS COMMUN D'ADMISSION
AUX ÉCOLES SUPÉRIEURES
DES TRAVAUX PUBLICS
DU BATIMENT
DE MÉCANIQUE-ÉLECTRICITÉ
DE TOPOGRAPHIE

×I25×

SESSION 1977

2ème INTERROGATION DE MATHÉMATIQUES

Durée : 3 heures

NOTA – *Les cinq questions sont totalement indépendantes et peuvent être traitées dans un ordre arbitraire, sous réserve d'indiquer très lisiblement leur numéro.*

Sujet n° 1

Dans l'espace vectoriel E des fonctions réelles continues sur [0, 1], on considère l'application $\varphi : (f) \to \varphi(f)(x) = \frac{1}{x}\int_0^x f(t)\,dt$.

1°) Montrer que φ est un endomorphisme de E

2°) Est-il surjectif, injectif ?

3°) Chercher ses valeurs propres et vecteurs propres.

Sujet n° 2

1°) Déterminer le rayon de convergence de la série entière

$$y = 1 + \sum_1^\infty \mu_n\, x^n \quad \text{où } \forall n > 0 \quad \frac{\mu_{n+1}}{\mu_n} = \frac{n+a}{n+2}$$ (a étant un réel différent de 1)

2°) Déterminer l'équation différentielle que vérifie la fonction somme de la série entière. (Pour cela on calculera les quantités x^2y' et axy).

3°) Expliciter y

Sujet n° 3

On désigne par α et β des nombres réels tels que $0 < \alpha < 1 \qquad 1 - \alpha < \beta \leqslant 1$
et par λ un paramètre strictement positif

1°) Démontrer la convergence des intégrales

$$I(\lambda) = \int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^\alpha (1+\lambda x)} \qquad J(\lambda) = \int_1^{\infty} \frac{dx}{(1+x^\alpha)(1+\lambda x)}$$

.../...

2°) Montrer que :

$$I(\lambda) - \lambda^{\alpha-1} \int_0^{\infty} \frac{dt}{t^{\alpha}(1+t)}$$ tend vers une limite finie quand λ tend vers 0

3°) Montrer que l'intégrale :

$$K(\lambda) = \int_1^{\infty} \frac{dx}{x^{\beta}(1+x^{\alpha})(1+\lambda x)}$$ est convergente et tend vers

$$L = \int_1^{\infty} \frac{dx}{x^{\beta}(1+x^{\alpha})}$$ quand $\lambda \to 0$

(on utilisera le résultat du 2°) pour majorer $K(\lambda) - L$).

Sujet n° 4

Un point M parcourt un cercle suivant la loi des aires par rapport à un point 0 de ce cercle.

1°) Calculer sa vitesse et son accélération

2°) Trouver l'hodographe du mouvement.

Sujet n° 5

On considère la courbe (C) définie paramétriquement :

$$x = t$$
$$y = t^2$$
$$z = t^3$$

1°) Écrire l'équation du plan osculateur à la courbe au point M de paramètre t.

2°) Montrer que par un point A (xo, yo, zo) on peut mener 3 plans osculateurs à la courbe. (on appellera M_1, M_2, M_3 les trois points de contact).

3°) Est-il possible que le point A soit le centre de gravité du triangle formé par les trois points, M_1, M_2, M_3 ?

Quel est le lieu des points A répondant à la question ?

---

www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail